Chapitre V : OSCILLATEURS HARMONIQUES
(la loi de force en – k x)

L'objet de ce chapitre est l'étude des petits mouvements d'un point matériel au voisinage d'une position d'équilibre stable à l'aide d'un modèle : **oscillateur harmonique.**

I – OSCILLATEUR HARMONIQUE NON AMORTI (libre)

1-1 Définition :

Un oscillateur harmonique à une dimension est un point matériel mobile sur un axe dont le mouvement est décrit par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 \, x = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \qquad (1)$$

Sa solution est de la forme : $x = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$

Ou $x = C\cos(\omega_0 t + \varphi)$

avec : φ, **A**, **B** et **C** sont des constantes et **t** est le temps

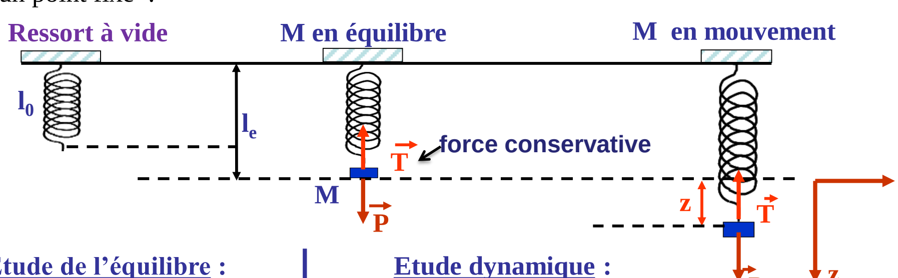
Remarque : $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ est la période du mouvement , **C** est l'amplitude,

ω_0 est la pulsation propre.

1-2 EXEMPLE : Oscillateur vertical

Une particule M de masse m fixée à l'extrémité d'un ressort de longueur l_0

La figure ci-dessous représente trois positions d'un ressort de raideur k, suspendu à un point fixe :



Etude de l'équilibre :

$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

$\vec{P} = mg\,\vec{K}$

$\vec{T} = -K(l_e - l_0)\,\vec{K}$

$mg - K(l_e - l_0) = 0 \quad (1)$

Etude dynamique :

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{\gamma}$ $\quad \vec{P} = mg\,\vec{K}$

$\vec{T} = -K[(l_e - l_0) + z]\,\vec{K}$

$mg - K[(l_e - l_0) + z] = m\ddot{z}$

$\underbrace{mg - K(l_e - l_0)}_{=0} - Kz = m\ddot{z}$

On pose $\Delta l = l_e - l_0$

$$\boxed{\ddot{z} + \frac{K}{m} z = 0} \qquad (2)$$

- **Résolution de l'équation (2) :** $\boxed{\ddot{z} + \frac{K}{m} z = 0}$ **(2)**

soit : $z(t) = z_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ Est une solution de l'équation (2)

Avec : $\omega_0^2 = \dfrac{K}{m}$

Les constantes z_o et φ sont calculées par **les conditions initiales.**

D'après l'équation (2) le mouvement est périodique de période:

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Soit : $T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

3

1-3 DETERMINATION DES ENERGIES

a- Energie cinétique : Ec On a : $E_c = \frac{1}{2} m \left| \overline{V(M)} \right|^2$

Soit : $E_c = \dfrac{1}{2} m\dot{z}^2$ **(3)**

b- Energie potentielle: Ep On a : $\boxed{E_P = E_P(\vec{T}) + E_P(\vec{P})}$

- **Pour le poids $\vec{P}$:**

$\exists\, E_P(\vec{P}) / \quad \vec{P} = -\overrightarrow{grad} E_P(\vec{P})$ ➡ $mg = \dfrac{-dE_p}{dz}$

Soit : $\boxed{E_P = -mgz + Cste}$

- **Pour la force $\vec{T}$:**

$\exists\, E_P(\vec{T}) / \quad \vec{T} = -\overrightarrow{grad} E_P(\vec{T})$ ➡ $-K(\Delta l + z) = -\dfrac{dE_p}{dz}$

Soit : $\boxed{E_P(\vec{T}) = K\Delta l\, z + \frac{1}{2} K z^2 + Cste}$

4

tenant compte de l'équation d'équilibre (1), on obtient : $E_p = \frac{1}{2}Kz^2 + cte$ **(4)**

supposant que Ep = 0 à l'équilibre (z=0),

$$\Rightarrow \boxed{E_P = \frac{1}{2}Kz^2} \quad \textbf{(5)}$$

c- Energie mécanique totale : E

On a : E = Ep + Ec Soit : $\boxed{E = \frac{1}{2}m\,\dot{z}^2 + \frac{1}{2}K\,z^2}$ **(6)**

On montre que ∀ t, E = cte

Puisque : $z = z_0\cos(w_0 t + \varphi)$ $\Rightarrow$ $\dot{z} = -\omega_0 z_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

(6) $\Rightarrow$ $\boxed{E = \frac{1}{2}m\omega_0^2 z_0^2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{E = \text{Cste}}$

Remarques :

1-on peut vérifier de même que d'après l'équation (6) :

$$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{E = \text{Cste}}$$

5

2- réciproquement si un mouvement est représenté par une équation de type :

$$\boxed{\ddot{z} + \frac{K}{m}z = 0} \quad \textbf{(2)}$$

multipliant (2) par **2(dz/dt)** et **en intégrant** on obtient :

$$\dot{z}^2 + \omega_0^2 z^2 = \text{cons tan te}$$

Et multiplier par **m/2 :**

$$\frac{m}{2}\dot{z}^2 + \frac{m}{2}\omega_0^2 z^2 = \text{cons tan te}$$

Et puisque : $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

$$\underbrace{\frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}Kz^2}_{E} = Cste \quad = \text{constante}$$

Propriété :

L'énergie mécanique totale E est constante pour tout système physique dont l'évolution obéit à une équation de type : $\boxed{\ddot{X} + \omega_0^2\,X = 0}$

6

II – OSCILLATEUR AMORTI

- Les oscillateurs réels n'oscillent pas indéfiniment,
- L'amplitude du mouvement décroît avec le temps et le système atteint une position d'équilibre.
- L'amortissement des oscillations est lié à une perte d'énergie du système au profit du milieu qui l'entoure.
- Cette perte d'énergie est due à des forces de frottement qui sont toujours opposées à la direction du mouvement.

On adopte dans ce chapitre une force de fortement proportionnelle à la vitesse et opposée au mouvement du type :

$$\vec{F} = -\alpha\ \overrightarrow{V(M)}_{/R} \quad \text{avec } \alpha = \text{cste}$$

2.1- Equation de l'oscillateur amorti

- Considérons une masse m suspendue à un ressort et supposons que M(m) soit soumise à une force de frottement visqueuse donnée par :

$$\vec{F} = -\alpha\ \overrightarrow{V(M)}_{/R} \qquad (7) \qquad \text{où } \alpha = \text{cste.}$$

7

Le P.F.D nous donne : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = m\overrightarrow{\gamma(M)}_{/R}$

Force de frottement

On a : $\vec{P} = mg\ \vec{K}$

$$\vec{T} = -K(\Delta l + z)\ \vec{K}$$

$$\vec{F} = -\alpha \frac{dz}{dt}\ \vec{K} = -\alpha\ \dot{z}\ \vec{K} \qquad \textbf{Et} \qquad \vec{\gamma} = \frac{d^2z}{dt^2}\ \vec{K} = \ddot{z}\vec{K}$$

et en tenant compte de l'équation d'équilibre (1), on obtient :

$$\boxed{\ddot{z} + 2\lambda\dot{z} + \omega_0^2 z = 0} \qquad (8)$$

avec : $2\lambda = \dfrac{\alpha}{m}$ (9) **paramètre qui caractérise le** phénomène **dissipatif**

$\omega_0^2 = \dfrac{K}{m}$ **pulsation de l'oscillateur en absence d'amortissement**

$T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ **période de l'oscillateur en absence d'amortissement.**

8

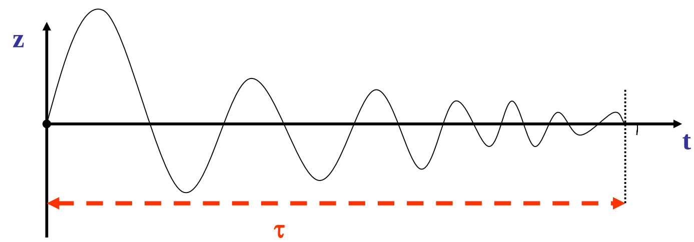
- Temps de relaxation de l'oscillateur

On appelle **temps de** relaxation le temps que met le système pour **atteindre** sa position **d'équilibre stable.**

D'après l'équation (9), l'unité de λ est 1/s. Donc $1/\lambda$ est un temps

Posons $$\tau = \frac{1}{2\lambda}$$

Ce temps τ est appelé **le temps de relaxation de l'oscillateur :**



τ est le temps que met le système pour atteindre sa position d'équilibre stable

2-2 Résolution de l'équation de l'O. Amorti

D'après l'équation (8), le type de l'équation d'un oscillateur amorti est la forme :

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \textbf{(10)}$$

Avec : $$\begin{cases} 2\lambda = \dfrac{\alpha}{m} \\ \omega_0^2 = \dfrac{K}{m} \end{cases}$$

A noter que x(t) est l'élongation ou déplacement à l'instant t de l'O.H.

On propose une solution de la forme :

$$x(t) = e^{rt} \qquad \textbf{(11)}$$

Avec r nombre complexe ou réel

En reportant cette expression dans l'équation (10), on obtient :

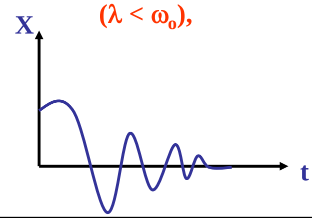
$$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0 \qquad \textbf{(12)}$$

La solution de cette équation (12), dépend du signe de $\boxed{\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2}$

1er cas : $\boxed{\Delta' < 0}$ **2ème cas :** $\boxed{\Delta' = 0}$ **3ème cas :** $\boxed{\Delta' > 0}$

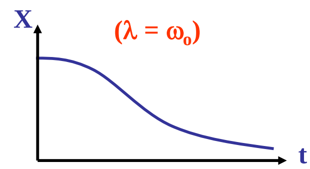
1^er^ cas : $\boxed{\Delta' < 0}$

Amortissement faible (régime pseudo-période)



2^ème^ cas : $\boxed{\Delta' = 0}$

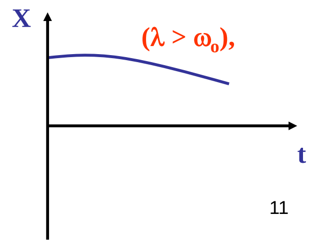
Lorsque l'amortissement est critique $(\lambda = \omega_0)$, on ne peut plus parler d'un oscillateur puisque le système retourne à sa position d'équilibre sans effectuer d'oscillation autour de cette position.



3^ème^ cas : $\boxed{\Delta' > 0}$

Amortissement fort

(régime fort ou régime apériodique)



11

2-2-1 AMORTISSEMENT FAIBLE (régime pseudo-période) $\boxed{\Delta' < 0}$

L'amortissement faible est caractérisé par $\lambda < w_0$ $\longrightarrow$ $\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 < 0$

L'équation (12) admet donc **2 solutions complexes**, soient :

$$r_1 = -\lambda + i\sqrt{-\Delta'} = -\lambda + i\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} = -\lambda + i\omega_1$$

$$r_2 = -\lambda - i\sqrt{-\Delta'} = -\lambda - i\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} = -\lambda - i\omega_1$$

Avec : $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

La solution générale de l'équation (10) est une combinaison linéaire de $e^{r_1 t}$ et $e^{r_2 t}$

$\longrightarrow$ $x(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$ Où A et B sont des constantes.

En reportant l'expression de r_1 et r_2 dans x(t):

$$x(t) = e^{-\lambda t}\left(Ae^{i\omega_1 t} + Be^{-i\omega_1 t}\right)$$

12

En utilisant la formule de **Moivre :** $e^{in\theta} = \cos n\theta + i \sin n\theta \ \forall n, \theta$

On peut écrire x(t) sous la forme suivante :

$$x(t) = e^{-\lambda t}\left[(A+B)\cos\omega_1 t + (A-B)i\sin\omega_1 t\right]$$

On sait que x(t) est une élongation, donc cette solution x(t) est une valeur réelle

en choisissant les coefficients arbitraires A et B tels que :

- **(A + B) soit réel** et
- **(A-B) imaginaire pur.**

$$\Rightarrow \quad \boxed{x(t) = e^{-\lambda t}\left[C\cos\omega_1 t + D\sin\omega_1 t\right]}$$

ou $$\Rightarrow \quad \boxed{x(t) = a_0 e^{-\lambda t}\cos(\omega_1 t + \varphi)}$$

où l'amplitude initiale (t=0) = a_0 et la phase φ sont deux constantes, à déterminer par les conditions initiales.

- **ω_1 pulsation de l'oscillateur Amorti donnée par** $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \lambda^2$
- **La période de l'oscillateur amorti T_1 est donnée par :** $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

13

- Représentation graphique de x(t) : $x(t) = a_0 e^{-\lambda t}\cos(\omega_1 t + \varphi)$

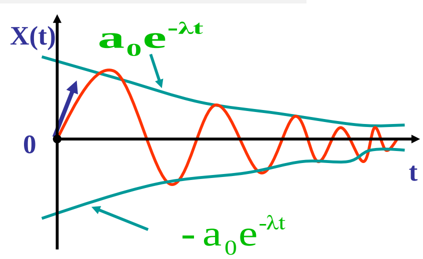
Cette solution **x(t)** représente un o**scillateur amorti** **de période T_1** telle que

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ Et puisque: $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \lambda^2$ Donc: $T_1 = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2}}$

Et d'amplitude décroissante exponentiellement en fonction de $a_0 e^{-\lambda t}$

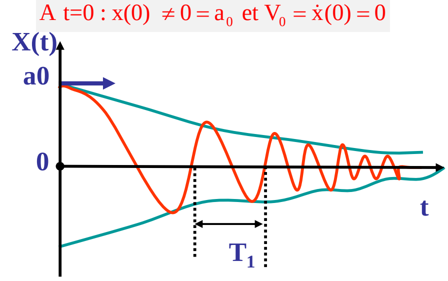
- Conditions initiales :

A t=0 : x(0) = 0 et $V_0 = \dot{x}(0) \neq 0$



- Conditions initiales :

A t=0 : x(0) $\neq 0 = a_0$ et $V_0 = \dot{x}(0) = 0$



Remarque :

Puisque $\lambda < \omega_0 \Rightarrow \frac{\lambda^2}{\omega_0^2} < 1$ **On a :** $T_1 = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2}} = T_0\left(1-\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \approx T_0$

.4

- ENERGIE MÉCANIQUE TOTALE :

- **L'énergie cinétique de la particule :** $\Rightarrow$ $E_c = \frac{1}{2} m\dot{z}^2$
- **L'énergie potentielle:** $\Rightarrow$ $E_p = \frac{1}{2} Kz^2$
- **l'énergie totale:** $\Rightarrow$ $E = \frac{1}{2} m\dot{z}^2 + \frac{1}{2} Kz^2$

- Multiplions scalairement, l'équation différentielle du mouvement,

$m\ddot{z} + \alpha\dot{z} + kz = 0$, par $\frac{dz}{dt}$ $\Rightarrow$ $\frac{dz}{dt}(m\ddot{z} + kz) = (-\alpha\dot{z})\frac{dz}{dt}$

Soit: $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m\,\dot{z}^2 + \frac{1}{2} k\,z^2\right) = (-\alpha)\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$ ou $\frac{d}{dt}(E) = (-\alpha)\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$

Constats:

1- La dérivée de E par rapport au temps est négative, l'énergie ne reste pas constante,

E décroît depuis une valeur initiale E_0

2- Si l'on écrit : $\frac{dE}{dt} = -\alpha\vec{V}.\vec{V} = \vec{F}.\vec{V} =$ Puissance de frottement

On fait apparaître la puissance P de la force de frottement responsable de la décroissance de l'énergie E.

15

2-2-2 AMORTISSEMENT CRITIQUE (Δ'=0)

L'amortissement critique est défini par $\lambda = \omega_0$ dans ce cas on a $\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 = 0$

L'équation caractéristique (12) admet une racine double

soit : $x(t) = Ae^{-\omega_0 t}$ **(a)**

la relation (10) est une équation différentielle **de second ordre,**

la solution générale est une combinaison linéaire de deux fonctions indépendantes :

Cherchons une deuxième solution de l'équation (10) de la forme :

$$x(t) = te^{-rt} \quad \text{avec } r \in C$$

En reportant les expressions de $\dot{x}(t) = (tr+1)e^{rt}$ et $\ddot{x}(t) = (tr^2 + 2r)e^{rt}$

soit $x(t) = te^{-\omega_0 t}$ $\Rightarrow$ $x(t) = Bte^{-\omega_0 t}$ **(b)**

Donc la solution générale de l'équation (10) s'écrit(a+b) :

$$\boxed{x(t) = (A + Bt)e^{-\omega_0 t}}$$

où A et B sont des constantes à déterminées à partir des conditions initiales.

16

- Représentation graphique de x(t)

On a : $x(t) = (A + Bt)e^{-\omega_0 t}$ donc

x(t) est toujours positif, sans effectué aucune oscillation.

Et quand $\begin{cases} t = 0 & \text{on a : } x(0) = A \\ t \to \infty & \text{on a : } x(\infty) = 0 \end{cases}$ De même $\frac{dx}{dt} = 0$ pour $t_m = \frac{B - A\omega_0}{B\omega_0}$

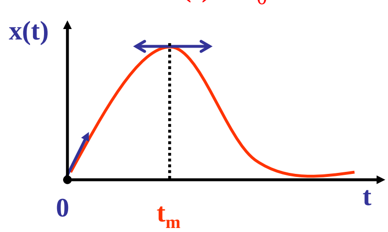
Donc x(t) admet un maximum pour t = tm.

- Conditions initiales :

à t=0 x(0)=0 et $\dot{x}(0)=V_0 \neq 0$

C.I $\Rightarrow$ A=0 B=V_0 $\Rightarrow$ $t_m = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\omega_0}$

soit : $x(t)=V_0\ t\ e^{-\omega_0 t}$

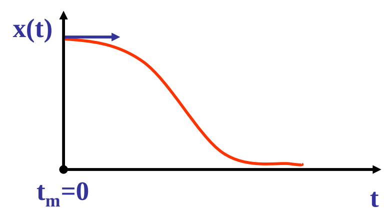


- Conditions initiales :

à t=0 x(0)=a_0 et $\dot{x}(0)=0$

C.I $\Rightarrow$ A=a_0 B=$a_0\omega_0$ $\Rightarrow$ $t_m = 0$

soit : $x(t)=a_0(1+\omega_0 t)e^{-\omega_0 t}$



17

2.2.3- AMORTISSEMENT FORT (régime apériodique)

C'est le cas où : $\lambda > \omega_0$ Ce qui implique : $\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2 > 0$

L'équation (10) admet donc deux solutions réelles :

$$r_1 = -\lambda + \sqrt{\Delta'} = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} = -\lambda + \omega_1$$

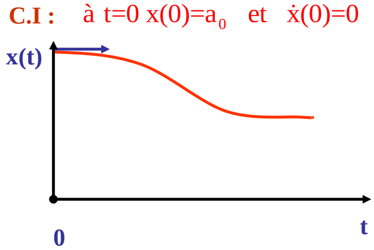
$$r_2 = -\lambda - \sqrt{\Delta'} = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} = -\lambda - \omega_1$$

Avec : $\omega_1 = \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$ La solution de l'équation (12) s'écrit donc :

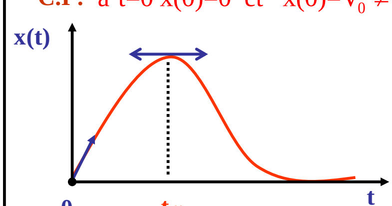
$\boxed{x(t) = \left(A e^{\omega_1 t} + B e^{-\omega_1 t}\right)e^{-\lambda t}}$ Car : $x(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$

- Représentation graphique de x(t)

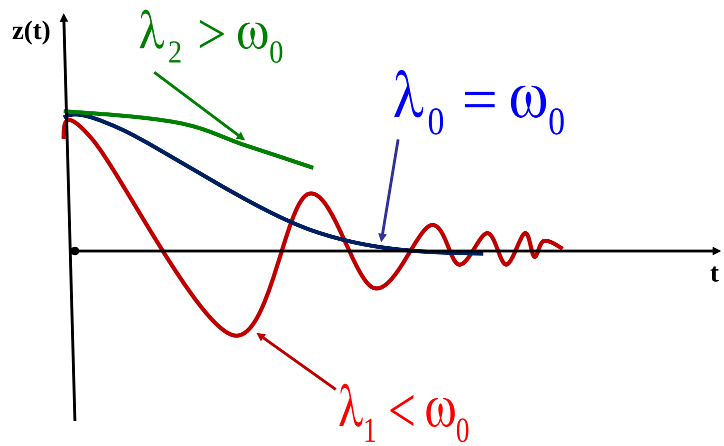
C.I : à t=0 x(0)=a_0 et $\dot{x}(0)=0$



C.I : à t=0 x(0)=0 et $\dot{x}(0)=V_0 \neq 0$



18



III – OSCILLATEUR AMORTI ENTRETENU

- L'énergie d'un oscillateur amorti décroît, cette énergie se dissipe sous l'action des forces de frottement et le mouvement s'amortit après quelques temps.
- Pour entretenir un phénomène physique amorti, on lui applique une force excitatrice extérieure qui lui apporte autant d'énergie qu'en dissipent les frottements.

3-1 EQUATION DE L'OSCILLATEUR AMORTI ENTRETENU (OAE)

Prenons l'exemple précédent de l'oscillateur vertical soumis en plus à une force extérieure F(t), l'équation du mouvement, s'écrit :

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = F(t) \qquad \text{(III)}$$

Démonstration

Le P.F.D nous donne : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{F}_e = m\overrightarrow{\gamma(M)}_{/R}$

avec :

$\vec{P} = mg\,\vec{K}$

$\vec{T} = -K(\Delta l + x)\,\vec{K}$

$\vec{F} = -\alpha \dfrac{dx}{dt}\,\vec{K} = -\alpha\,\dot{x}\,\vec{K}$

$\vec{F}_e = F(t)\vec{K}$

$\vec{\gamma} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\,\vec{K} = \ddot{x}\vec{K}$

En tenant compte de l'équation d'équilibre (1), on obtient :

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = F(t) \qquad \textbf{(III)}$$

où :

$2\lambda = \dfrac{\alpha}{m}$ paramètre qui caractérise le phénomène dissipatif

$\omega_0^2 = \dfrac{K}{m}$ pulsation de l'oscillateur en absence d'amortissement

$T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ période de l'oscillateur en absence d'amortissement.

3-2 Résolution de l'équation de l'O.A.E.

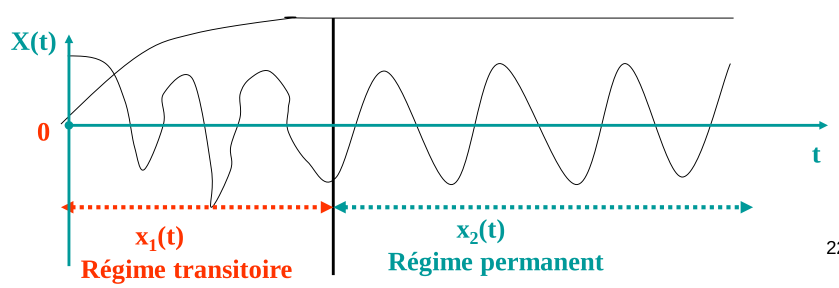
La solution x(t) de l'équation (III) est la somme de :

1- La solution générale de l'équation sans second membre, soit $x_1(t)$ solution déjà calculée dans l'étude de l'oscillateur amortie (voir II).

2- La solution particulière avec second membre, soit $x_2(t)$ que nous allons calculer ci-dessous.

On a donc : $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

- Au début de mouvement, x(t) est compliquée et représente le régime transitoire.
- Quand $t \to \infty$, $x_1(t) \to 0$ donc $x(t) \to x_2(t)$ Ceci définit le régime permanent.



-Détermination de $x_2(t)$: régime permanent

Etude le cas où $F(t) = F_0 \cos \omega t$ Avec F_0 le module de F(t) et ω sa pulsation

Dans ce cas $x_2(t)$ s'écrit :

$\boxed{x_2(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t}$ ou bien $\boxed{x_2(t) = a\cos(\omega t + \varphi)}$

où a et φ deux constantes a déterminé en utilisant la NOTION COMPLEXE

-Déterminer de l'amplitude $a(\omega)$: Par une méthode basée sur la notion complexe

Soient $F(t) = F_0 e^{i\omega t} = F_0(\cos\omega t + i\sin\omega t)$

Dans ce cas $x_2(t)$ s'écrit : : $x_2(t) = ae^{i(\omega t+\varphi)} = a[\cos(\omega t+\varphi) + i\sin(\omega t+\varphi)]$

Injectant ces expressions, dans l'équation (III),

$$\Longrightarrow \boxed{\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = F(t)} \quad \text{(III)}$$

23

On obtient : $a\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + i(2\lambda\omega)\right]e^{i\varphi} = \frac{F_0}{m}$ **(1)**

Rappel : Soient z_1 et $z_2 \in$ **C** **On a :**

$$z_1 = a_1 + ib_1 \Rightarrow \overline{z_1} = a_1 - ib_1$$

$$z_2 = a_2 + ib_2 \Rightarrow \overline{z_2} = a_2 - ib_2$$

$$\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\,\overline{z_2} \quad \text{et} \quad \text{si } x \in \mathbb{R} \quad \overline{x} = x$$

Donc : $\overline{(1)} \Longrightarrow a\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) - i(2\lambda\omega)\right]e^{-i\varphi} = \frac{F_0}{m}$ (2)

Multipliant membre à membre les équations (1) et (2) :

$$a^2\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (2\lambda\omega)^2\right] = \left(\frac{F_0}{m}\right)^2$$

Soit :

$$\boxed{a = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (2\lambda\omega)^2}}}$$

24

-Détermination de φ.

D'après la relation (1), on peut écrire que :

$$\left[\left(\omega_0^2-\omega^2\right)+i\left(2\lambda\omega\right)\right]e^{i\varphi}=\frac{F_0}{am}$$

Rappel : on a : $\mathrm{Arg}\left(z_1 z_2\right)=\mathrm{Arg}z_1+\mathrm{Arg}z_2$

ce qui implique : $\mathrm{Arg}\left[\left(\omega_0^2-\omega^2\right)+i\left(2\lambda\omega\right)\right]+\varphi=0$

Soit : $\varphi=-\mathrm{Arg}\left[\left(\omega_0^2-\omega^2\right)+i\left(2\lambda\omega\right)\right]$

donc : $$\boxed{\mathrm{tg}\varphi=\frac{2\lambda\omega}{\omega^2-\omega_0^2}}$$

25

Remarque 1:Résonance

Pour $\omega = \omega_r$, on dit qu'il y a résonance entre l'oscillateur et la force excitatrice et si le frottement n'est pas trop important (λ faible) l'amplitude passe par un maximum pour $\omega^2 = \omega_0^2-2\lambda^2$

le phénomène de résonnasse commence à apparaître

$$a\left(\omega_r\right)=\frac{F_0}{m2\lambda\omega_0}\left[1-\frac{\lambda^2}{\omega_0^2}\right]^{-1/2}$$

Si $\lambda << \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ ⟹ $a\left(\omega_r\right)==\frac{F_0}{m\omega_0}\frac{1}{2\lambda}$

Avec la fréquence de résonance. $f_r=\frac{\omega_r}{2\pi}$

Remarque 2:

Grâce au modèle des oscillateurs, on peut faire une analogie électromécanique forte utile pour des modélisations de comportement:

Position x→ charge q	*Vitesse v→intensité i*	*Force f(t)→tension u(t)*
Masse m→ inductance L	*Coefficient f→ résistance R*	*Constante rappel k→ 1/C capacité*

26